

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Олимпиада «Ломоносов», информатика, 2010 год, вариант 1.

Задача 1. Вася Пупкин сфотографировал свою бабушку на цифровую фотокамеру. Получившаяся цветная фотография представлена в виде растрового изображения без сжатия, в котором на каждый пиксел отводится по 3 байта. В графическом редакторе Вася сделал уменьшенную на 50% по высоте и по ширине копию фотографии с упрощенной передачей цвета, при которой на каждый пиксел отводится по 12 битов. Формат файлов обеих фотографий таков, что служебные данные, такие как размеры изображения, цветовое пространство и прочее, не включены в файл с фотографией и хранятся отдельно. Вася загрузил файл с исходной фотографией на сервер Бабушка.Нет, а затем на сервер Бабушка.Ру.

Известно, что во время каждой передачи скорость была постоянной в течение всего соединения. Скорость связи с сервером Бабушка.Ру на 2 Мбайт/с быстрее, чем с сервером Бабушка.Нет. Сравнив времена, затраченные на передачи файлов, Вася вычислил, что разность составляет ровно столько времени, сколько нужно для пересылки файла с уменьшенной фотографией на сервер Бабушка.Инфо со скоростью 512 Кбайт/с. Определите скорость, с которой Вася загрузил фотографию на сервер Бабушка.Нет.

Указание. В задаче всюду имеется в виду скорость передачи полезных данных, то есть, самих файлов с изображениями, передача служебных данных во внимание не принимается.

Примечание. 1 Кбайт = 1024 байта, 1 Мбайт = 1024 Кбайта, 1 Кбит = 1024 бит, 1 Мбит = 1024 Кбит.

Задача 2. Феликс Лейтер использует следующую систему для передачи сообщений. В подъезде конспиративной квартиры установлены четыре патрона для лампочек. У Феликса есть четыре лампы четырех разных цветов, которые он может вкручивать в патроны. Все лампы включаются одновременно одним выключателем. Лампы включены параллельно, поэтому некоторые патроны могут остаться пустыми. Для передачи сообщений важен как цвет, так и расположение горящих ламп и пустых патронов.

Найдите количество информации, которое может быть передано таким способом.

Задача 3. В конторе «Рога и Копыта» три отдела, в каждом из которых по два сотрудника — начальник и заместитель. В этой компании проводится голосование по вопросу об оптимизации системы оплаты труда. Сначала обсуждение этого вопроса происходит по отделам компании, и в каждом отделе происходит свое голосование (каждый сотрудник голосует либо «за» либо «против»): если оба сотрудника отдела голосуют одинаково, то то, за что они голосуют, и является решением отдела, если по-разному, то принимается то решение, за которое голосует начальник отдела. Далее на основании результатов голосования по отделам принимается общее решение. Каждый отдел имеет один голос, который отдается за то решение, которое принято отделом. «Проходит» то решение, за которое высказалось большинство отделов.

Считая, что в логических переменных A, B, C, D, E, F записаны мнения каждого из сотрудников (истина соответствует тому, что сотрудник «за» новую систему, ложь — «против»), постройте по возможности наиболее короткое логическое выражение, описывающее общий результат голосования (истинное выражение соответствует тому, что решение принято, ложное — отклонено).

В переменной A записано мнение начальника 1-го отдела, B — мнение заместителя начальника 1-го отдела, в переменных C и D — мнения соответственно начальника и заместителя начальника 2-го отдела, в переменных E и F — мнения начальника и заместителя начальника 3-го отдела.

В построенном выражении разрешено использовать операции конъюнкции (логического «И» — обозначается \wedge), дизъюнкции (логического «ИЛИ» — обозначается \vee) и от-

рицания (обозначается \neg). В выражении запрещается использовать скобки. Приоритеты операций: отрицание применяется к той переменной, перед которой оно написано, сначала выполняются все отрицания, затем — все конъюнкции, в конце — все дизъюнкции. Длинной формулы называется количество вхождений символов переменных в нее.

От вас требуется написать формулу по возможности минимальной длины. Доказывать минимальность полученной формулы не требуется.

Задача 4. Дано выражение в десятичной системе счисления:

$$21^{512} + 18^{255}.$$

Определите количество нулей в конце записи результата в троичной системе счисления.

Задача 5. В фирме «Рога и копыта» бухгалтерская отчетность считается с использованием следующей таблицы.

	A	B	C
1			=AVERAGE(B2;C3)
2	=\$C\$1	=A\$1+\$B1	*
3	=SUM(A1:C2)	*	=3*B\$2

Известно, что формулы в ячейках B3 и C2 были получены копированием формулы из ячейки B2. В ячейках A1 и B1 находятся некоторые числа. Известно, что результат вычисления в ячейке A3 равен 78, а результат вычисления в ячейке C3 равен 36.

Найдите числа, записанные в ячейках A1 и B1, а также вычислите числа в остальных ячейках таблицы. Если вариантов ответа несколько, запишите все.

Функция AVERAGE вычисляет среднее арифметическое ячеек таблицы, а функция SUM — сумму ячеек таблицы.

Задача 6. На уроке Пете рассказали алгоритм двоичного поиска числа K в массиве, состоящем из различных целых чисел, упорядоченных по убыванию. Программа, реализующая этот алгоритм, должна выводить номер искомого элемента в массиве или -1 , если числа K в массиве нет.

Фрагмент программы, написанный Петей, приведен ниже.

Язык Pascal	Язык Basic
<pre>{a:array [1..N] of integer-массив} { K: integer - искомое число } L:=1; R:=N+1; while R-L>1 do begin m:=(L+R)div 2; if a[m]>K then L:=m else R:=m end; if a[L] = K then writeln(L) else writeln(-1);</pre>	<pre>' DIM a(N) AS INTEGER - массив, ' элементы имеют номера от 1 до N ' DIM K AS integer - искомое число L=1 : R=N+1 while R-L>1 m = (L+R)\ 2 if a[m]>K then L=m else R=m wend if a[L] = K then print L else print "-1" endif</pre>
Язык C++	
<pre>// int a[N] - массив, элементы // имеют номера от 0 до N-1 // int K - искомое число L=0; R=N; while (R-L>1) { m = (L+R)/2; if (a[m]>K) L=m; else R=m; } if (a[L] == K) cout << L; else cout << "-1";</pre>	

Полагая значение N равным 5, приведите пример набора корректных значений элементов массива и число K , на которых проявится ошибка во фрагменте кода, то есть в результате выполнения фрагмента не будет получен правильный ответ.

Задача 7. Напишите фрагмент программы, решающей следующую задачу. Даны три упорядоченных по возрастанию массива целых чисел A , B и C , содержащих N , K и L чисел соответственно. Числа в каждом массиве различны. Требуется построить массив D , состоящий из чисел, содержащихся ровно в одном массиве.

Число элементов, записанных в массив D , должно содержаться в переменной M . Числа, записанные в массиве D , должны быть различны. Решение должно быть настолько эффективным, насколько возможно. Сначала опишите идею решения, а потом приведите решение на любом известном вам языке программирования. Вы можете предполагать, что переменные N , K , L и массивы A , B и C уже содержат исходные значения. Результат вычислений выводить не требуется. Переменные, использованные во фрагменте программы, допускается не объявлять. Вы можете объявлять вспомогательные процедуры/функции, которые в этом случае должны быть оформлены по всем правилам используемого вами языка программирования. Можете предполагать, что для проведения всех вычислений достаточно стандартного целого типа вашего языка программирования.

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Олимпиада «Ломоносов», информатика, 2010 год, вариант 2.

Задача 1. Маша Рыжикова сфотографировала здание своей школы на цифровую фотокамеру. Получившаяся цветная фотография представлена в виде растрового изображения без сжатия, в котором на каждый пиксел отводится по 3 байта. В графическом редакторе Маша сделала наполовину уменьшенную по высоте и по ширине обесцвеченную копию фотографии, в которой на каждый пиксел отводится по 8 битов. Формат файлов обеих фотографий таков, что служебные данные, такие как размеры изображения, цветовое пространство и прочее, не включены в файл с фотографией и хранятся отдельно. Маша загрузила файл с исходной фотографией на сервер Школа.Нет, а затем на сервер Школа.Ру. После чего Маша загрузила файл с уменьшенной копией фотографии на сервер Школа.Инфо.

Известно, что во время каждой передачи скорость была постоянной в течение всего соединения. Скорость связи с сервером Школа.Инфо составляет 512 Кбит/с, а скорость связи с сервером Школа.Ру на 25 Мбит/с медленнее, чем с сервером Школа.Нет. Известно, что суммарное время, потраченное Машей на отправку данных на сервера Школа.Нет и Школа.Инфо равно времени, затраченному при пересылке снимка на сервер Школа.Ру. Определите скорость передачи данных на сервер Школа.Нет.

Указание. В задаче всюду имеется в виду скорость передачи полезных данных, то есть, самих файлов с изображениями, передача служебных данных во внимание не принимается.

Примечание. 1 Кбайт = 1024 байта, 1 Мбайт = 1024 Кбайта, 1 Кбит = 1024 бит, 1 Мбит = 1024 Кбит.

Задача 2. Профессор Плейшнер использует следующую систему для передачи сообщений. На окне конспиративной квартиры установлены 4 кашпо (декоративный сосуд, внутрь которого ставится горшок с растением). В квартире есть четыре горшка с цветами: фикус, пальма, бегония и кактус. В каждое кашпо можно поместить один горшок с любым растением или оставить кашпо пустым. При этом имеет значение как вид цветка, так и его расположение.

Найдите количество информации, которое может быть передано таким способом.

Задача 3. В конторе «Рога и Копыта» три отдела, в каждом из которых по два сотрудника — начальник и заместитель. В этой компании проводится голосование по вопросу об оптимизации системы оплаты труда. Сначала обсуждение этого вопроса происходит по отделам компании, и в каждом отделе происходит свое голосование (каждый сотрудник голосует либо «за» либо «против»): если оба сотрудника отдела голосуют одинаково, то то, за что они голосуют, и является решением отдела, если по-разному, то принимается то решение, за которое голосует начальник отдела. Далее на основании результатов голосования по отделам принимается общее решение. Каждый отдел имеет один голос, который отдается за то решение, которое принято отделом. «Проходит» то решение, за которое высказалось большинство отделов.

Считая, что в логических переменных A, B, C, D, E, F записаны мнения каждого из сотрудников (истина соответствует тому, что сотрудник «за» новую систему, ложь — «против»), постройте по возможности наиболее короткое логическое выражение, описывающее общий результат голосования (истинное выражение соответствует тому, что решение принято, ложное — отклонено).

В переменной A записано мнение начальника 1-го отдела, B — мнение заместителя начальника 1-го отдела, в переменных C и D — мнения соответственно начальника и заместителя начальника 2-го отдела, в переменных E и F — мнения начальника и заместителя начальника 3-го отдела.

В построенном выражении разрешено использовать операции конъюнкции (логического «И» — обозначается \wedge), дизъюнкции (логического «ИЛИ» — обозначается \vee) и отрицания (обозначается \neg). В выражении запрещается использовать скобки. Приоритеты операций: отрицание применяется к той переменной, перед которой оно написано, сначала выполняются все отрицания, затем — все конъюнкции, в конце — все дизъюнкции. Длиной формулы называется количество вхождений символов переменных в нее.

От вас требуется написать формулу по возможности минимальной длины. Доказывать минимальность полученной формулы не требуется.

Задача 4. Дано выражение в десятичной системе счисления:

$$15^{2010} + 18^{1000}.$$

Определите количество нулей в конце записи результата в троичной системе счисления.

Задача 5. В фирме «Рога и копыта» бухгалтерская отчетность считается с использованием следующей таблицы.

	A	B	C
1			=AVERAGE(B2;C3)
2	=\$C3	=A\$1+\$B1	*
3	=SUM(A1:C2)	*	=2*B\$2+\$A1

Известно, что формулы в ячейках B3 и C2 были получены копированием формулы из ячейки B2. В ячейках A1 и B1 находятся некоторые числа. Известно, что результат вычисления в ячейке A3 равен 71, а результат вычисления в ячейке C3 равен 28.

Найдите числа, записанные в ячейках A1 и B1, а также вычислите числа в остальных ячейках таблицы. Если вариантов ответа несколько, запишите все.

Функция AVERAGE вычисляет среднее арифметическое ячеек таблицы, а функция SUM — сумму ячеек таблицы.

Задача 6. На уроке Пете рассказали алгоритм двоичного поиска числа K в массиве, состоящем из различных целых чисел, упорядоченных по возрастанию. Программа, реализующая этот алгоритм, должна выводить номер искомого элемента в массиве или -1 , если числа K в массиве нет. Фрагмент программы, написанный Петей, приведен ниже.

Язык Pascal	Язык Basic
<pre>{a:array [1..N] of integer-массив} { K: integer - искомое число } L:=1; R:=N+1; while R-L>1 do begin m:=(L+R)div 2; if a[m]<K then L:=m else R:=m end; if a[L] = K then writeln(L) else writeln(-1);</pre>	<pre>' DIM a(N) AS INTEGER - массив, ' элементы имеют номера от 1 до N ' DIM K AS integer - искомое число L=1 : R=N+1 while R-L>1 m = (L+R)\ 2 if a[m]<K then L=m else R=m wend if a[L] = K then print L else print "-1" endif</pre>
Язык C++	
<pre>// int a[N] - массив, элементы // имеют номера от 0 до N-1 // int K - искомое число L=0; R=N; while (R-L>1) { m = (L+R)/2; if (a[m]<K) L=m; else R=m; } if (a[L] == K) cout << L; else cout << "-1";</pre>	

Полагая значение N равным 5, приведите пример набора корректных значений элементов массива и число K , на которых проявится ошибка во фрагменте кода, то есть в результате выполнения фрагмента не будет получен правильный ответ.

Задача 7. Напишите фрагмент программы, решающей следующую задачу. Даны три упорядоченных по возрастанию массива целых чисел A , B и C , содержащих N , K и L чисел соответственно. Числа в каждом массиве различны. Требуется построить массив D , состоящий из чисел, содержащихся в массиве A , но не содержащихся в массивах B или C .

Число элементов, записанных в массив D , должно содержаться в переменной M . Числа, записанные в массиве D , должны быть различны. Решение должно быть настолько эффективным, насколько возможно. Сначала опишите идею решения, а потом приведите решение на любом известном вам языке программирования. Вы можете предполагать, что переменные N , K , L и массивы A , B и C уже содержат исходные значения. Результат вычислений выводить не требуется. Переменные, использованные во фрагменте программы, допускается не объявлять. Вы можете объявлять вспомогательные процедуры/функции, которые в этом случае должны быть оформлены по всем правилам используемого вами языка программирования. Можете предполагать, что для проведения всех вычислений достаточно стандартного целого типа вашего языка программирования.

Задача 1. Агент 00N сделал снимок секретного объекта. Получившийся у него цифровой снимок представляет собой растровое черно-белое изображение без сжатия, на каждый пиксел которого отводится 2 байта. Агент работает на три страны: Остров 1-го Мая, Берег Китовой Кости и Соединенные Кантоны Арктики. Поскольку вознаграждение от Острова 1-го Мая поступает нерегулярно, для отправки туда агент 00N сделал уменьшенную версию снимка, ширина и высота которого составляют треть от ширины и высоты исходного, а на каждый пиксел отводится 12 битов. Формат файлов обеих фотографий таков, что служебные данные, такие как размеры изображения, цветовое пространство и прочее, не включены в файл с фотографией и хранятся отдельно. При помощи спутниковой связи агент переправил файл с исходным изображением на Берег Китовой Кости и в Соединенные Кантоны Арктики, а файл с уменьшенной версией послал на Остров 1-го Мая.

Известно, что во время каждой передачи скорость была постоянной в течение всего соединения. Скорость связи с Островом 1-го Мая составляет 768 Кбит/с, а скорость связи с Берегом Китовой Кости на 12 Мбит/с быстрее, чем с Соединенными Кантонами Арктики. Известно, что суммарное время, потраченное на отправку данных на Остров 1-го Мая и Берег Китовой Кости равно времени, затраченному при пересылке снимка в Соединенные Кантоны Арктики. Определите скорость передачи данных на Берег Китовой Кости.

Указание. В задаче всюду имеется в виду скорость передачи полезных данных, то есть, самих файлов с изображениями, передача служебных данных во внимание не принимается.

Примечание. 1 Кбайт = 1024 байта, 1 Мбайт = 1024 Кбайта, 1 Кбит = 1024 бит, 1 Мбит = 1024 Кбит.

Задача 2. Шелдон использует следующую систему рассадки друзей в зависимости от своего настроения. В общей комнате находятся четыре кресла, в которые он может усадить своих друзей Леонарда, Раджеша, Говарда и Пенни. Некоторые или все кресла могут остаться пустыми. При этом имеет значение, кто сел в какое кресло.

Найдите количество информации, которое можно выразить таким способом.

Задача 3. В конторе «Рога и Копыта» три отдела, в каждом из которых по два сотрудника — начальник и заместитель. В этой компании проводится голосование по вопросу об оптимизации системы оплаты труда. Сначала обсуждение этого вопроса происходит по отделам компании, и в каждом отделе происходит свое голосование (каждый сотрудник голосует либо «за» либо «против»): если оба сотрудника отдела голосуют одинаково, то то, за что они голосуют, и является решением отдела, если по-разному, то принимается то решение, за которое голосует начальник отдела. Далее на основании результатов голосования по отделам принимается общее решение. Каждый отдел имеет один голос, который отдается за то решение, которое принято отделом. «Проходит» то решение, за которое высказалось большинство отделов.

Считая, что в логических переменных A, B, C, D, E, F записаны мнения каждого из сотрудников (истина соответствует тому, что сотрудник «за» новую систему, ложь — «против»), постройте по возможности наиболее короткое логическое выражение, описывающее общий результат голосования (истинное выражение соответствует тому, что решение принято, ложное — отклонено).

В переменной A записано мнение начальника 1-го отдела, B — мнение заместителя начальника 1-го отдела, в переменных C и D — мнения соответственно

начальника и заместителя начальника 2-го отдела, в переменных E и F — мнения начальника и заместителя начальника 3-го отдела.

В построенном выражении разрешено использовать операции конъюнкции (логического «И» — обозначается \wedge), дизъюнкции (логического «ИЛИ» — обозначается \vee) и отрицания (обозначается \neg). В выражении запрещается использовать скобки. Приоритеты операций: отрицание применяется к той переменной, перед которой оно написано, сначала выполняются все отрицания, затем — все конъюнкции, в конце — все дизъюнкции. Длиной формулы называется количество вхождений символов переменных в нее.

От вас требуется написать формулу по возможности минимальной длины. Доказывать минимальность полученной формулы не требуется.

Задача 4. Дано выражение в десятичной системе счисления:

$$18^{1005} + 12^{2014}.$$

Определить количество нулей в конце записи результата в троичной системе счисления.

Задача 5. В фирме «Рога и копыта» бухгалтерская отчетность считается с использованием следующей таблицы.

	A	B	C
1			=AVERAGE(B2;C3)
2	=\$B\$2+2*\$A1	=A\$1+\$B1	*
3	=SUM(A1:C2)	*	*

Известно, что формулы в ячейках B3 и C2 были получены копированием формулы из ячейки B2. Формула в ячейке C3 была получена копированием формулы из ячейки A2. В ячейках A1 и B1 находятся некоторые числа. Известно, что результат вычисления в ячейке A3 равен 76, а результат вычисления в ячейке C3 равен 42. Если вариантов ответа несколько, запишите все.

Найдите числа, записанные в ячейках A1 и B1, а также вычислите числа в остальных ячейках таблицы. Если вариантов ответа несколько, запишите все.

Функция AVERAGE вычисляет среднее арифметическое ячеек таблицы, а функция SUM — сумму ячеек таблицы.

Задача 6. На уроке Пете рассказали алгоритм двоичного поиска числа K в массиве, состоящем из различных целых чисел, упорядоченных по убыванию. Программа, реализующая этот алгоритм, должна выводить номер искомого элемента в массиве или -1 , если числа K в массиве нет.

Фрагмент программы, написанный Петей, приведен ниже.

Язык Pascal	Язык Basic
<pre>{a:array [1..N] of integer-массив} { K: integer - искомое число } L:=0; R:=N; while R-L>1 do begin m:=(L+R+1)div 2; if a[m]<K then R:=m else L:=m end; if a[R] = K then writeln(R) else writeln(-1);</pre>	<pre>' DIM a(N) AS INTEGER - массив, ' элементы имеют номера от 1 до N ' DIM K AS integer - искомое число L=0 : R=N while R-L>1 m = (L+R+1)\ 2 if a[m]<K then R=m else L=m wend if a[R] = K then print R else print "-1" endif</pre>
Язык C++	
<pre>// int a[N] - массив, элементы // имеют номера от 0 до N-1 // int K - искомое число L=-1; R=N-1; while (R-L>1) { m = (L+R+1)/2; if (a[m]<K) R=m; else L=m; } if (a[R] == K) cout << R; else cout << "-1";</pre>	

Полагая значение N равным 5, приведите пример набора корректных значений элементов массива и число K , на которых проявится ошибка во фрагменте кода, то есть в результате выполнения фрагмента не будет получен правильный ответ .

Задача 7. Напишите фрагмент программы, решающей следующую задачу. Даны три упорядоченных по возрастанию массива целых чисел A , B и C , содержащих N , K и L чисел соответственно. Числа в каждом массиве различны. Требуется построить массив D , состоящий из чисел, содержащихся в массивах A или B и не содержащихся в массиве C .

Число элементов, записанных в массив D , должно содержаться в переменной M . Чиста, записанные в массиве D , должны быть различны. Решение должно быть настолько эффективным, насколько возможно. Сначала опишите идею решения, а потом приведите решение на любом известном вам языке программирования. Вы можете предполагать, что переменные N , K , L и массивы A , B и C уже содержат исходные значения. Результат вычислений выводить не требуется. Переменные, использованные во фрагменте программы, допускается не объявлять. Вы можете объявлять вспомогательные процедуры/функции, которые в этом случае должны быть оформлены по всем правилам используемого вами языка программирования. Можете предполагать, что для проведения всех вычислений достаточно стандартного целого типа вашего языка программирования.