

**Заочный тур олимпиады МГУ по математике
«Ломоносов — 2011», 11 класс**

На отдельной странице работы перед решениями задач поместите таблицу ответов к ним. Если задача не решена или не доведена до ответа, то в соответствующей графе поставьте прочерк. Столбец «Балл», который требуется для проверки работы, заполнять не надо.

<i>Задача</i>	<i>Ответ</i>	<i>Балл</i>
<i>№1</i>		
<i>№2</i>		
<i>№3</i>		
<i>№4</i>		
<i>№5</i>		
<i>№6</i>		
<i>№7</i>		
<i>№8</i>		
<i>№9</i>		
<i>№10</i>		

В решении задачи оценивается прежде всего математическая правильность, однако приветствуется и рациональность решения, а также аккуратность и подробность его текста.

Не советуем прибегать к услугам репетиторов или более подготовленных товарищей, так как если Вас пригласят на следующий (очный) тур олимпиады, факт помощи станет очевидным, и Вы почувствуете себя неловко.

**Олимпиада МГУ
«Ломоносов — 2011»**

Заочное задание по математике для 11 класса

1. Два куска сыра имеют форму прямоугольного параллелепипеда каждый. Длина первого куска на 50% больше длины второго куска, а ширина и высота первого куска соответственно на 20% и 30% меньше ширины и высоты второго куска. У какого куска сыра объём больше и насколько?
2. Решить неравенство $\sqrt{x^2 - 1} \leq \sqrt{5x^2 - 1 - 4x - x^3}$.
3. Найдите все двузначные числа вида \overline{XY} , если число, имеющее шестизначную десятичную запись $\overline{64X72Y}$, кратно 72.
4. Пройдя $2/5$ длины узкого моста, пешеход заметил, что сзади к мосту приближается машина. Тогда он пошел назад и встретился с машиной у начала моста. Если бы он продолжал идти вперед, то машина догнала бы его у конца моста. Найти отношение скорости машины к скорости пешехода.
5. Найти все решения уравнения $|\sin 2x - \cos x| = ||\sin 2x| - |\cos x||$ на интервале $(-2\pi; 2\pi]$.
6. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на его гипотенузу, делит биссектрису острого угла в отношении 5 : 2, считая от вершины. Найти величину этого угла.
7. Сколько решений имеет уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{2}{x^2}?$$

8. Даны три точки, расстояния между которыми равны 4, 6 и 7. Сколько существует попарно не равных друг другу треугольников, для которых каждая из этих точек — либо вершина, либо середина стороны?
9. В какую степень надо возвести корень x_0 уравнения $x^{11} + x^7 + x^3 = 1$, чтобы получить число $x_0^4 + x_0^3 - 1$?
10. Сфера касается всех ребер пирамиды $SABC$, причем боковых ребер SA , SB и SC — в точках A' , B' и C' . Найти объем пирамиды $SA'B'C'$, если $AB = BC = SB = 5$ и $AC = 4$.