

1. Два велосипедиста передвигаются с постоянными скоростями, каждый по своей прямолинейной дорожке. В 13:00 расстояние между ними было 4 км, в 13:08 — 4 км, в 13:17 — 4,5 км. А) Определить момент времени, в который они будут находиться на кратчайшем расстоянии друг от друга. Б) Определить величину относительной скорости одного велосипедиста относительно другого.

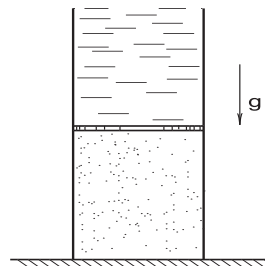
2. Спускаемые аппараты А и Б движутся вертикально вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести, силы сопротивления воздуха и силы тяги тормозного двигателя. Спускаемый аппарат Б вдвое большего диаметра будет двигаться с той же установившейся скоростью, что и аппарат А, если сила тяги его тормозного двигателя будет в 12 раз больше. Найти отношение силы тяжести к силе тяги тормозного двигателя аппарата А, считая аппараты однородными шарами одинаковой плотности, изменение массы которых в процессе спуска пренебрежимо мало, и что сила сопротивления создается абсолютно упругими ударами молекул воздуха о корпус аппарата.

3. Раненый богатырь находится на прямолинейной дороге. Его цель - колодец с живой водой. Расстояние между богатырем и колодцем равно 7 км, а между колодцем и дорогой — 1 км. А) Через какое минимальное время богатырь может добраться до колодца, если он передвигается по дороге со скоростью 8 км/час, а по бездорожью - в два раза медленней? Б) Успеет ли он добраться до колодца, если ресурс его жизненных сил - 65 минут?

4. Мама Зайчиха массой  $M_1 = 6$  кг и ее маленький сын Зайчонок массой  $M_2 = 2$  кг сидели на плавающей льдине массой  $m = 10$  кг, когда к ним на лодке приблизился Дед Мазай. Зайцы, испугавшись, прыгнули со льдины в воду, и Дед Мазай увидел, как льдина, получив импульс, движется по инерции. Как должны прыгать зайцы (по очереди или одновременно, в каком направлении), чтобы льдина приобрела максимально возможную скорость? Найти эту скорость. Считается, что зайцы, оттолкнувшись, приобретают одинаковую скорость  $V = 1,8$  м/с относительно льдины. Сопротивлением воды пренебречь.

5. В процессе работы ученому потребовалось срочно сравнить две величины  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$ , где  $f(x) = 21x^5 - 4x^4 - 30x^3 + 27x^2 - 10x - 2 - \sin x$ , а числа  $x_1$  и  $x_2$ , ( $x_1 < x_2$ ) — соответственно меньший и больший корень квадратного уравнения  $7x^2 - 6x + 1 = 0$ . Электронных вычислительных средств под рукой не оказалось, но он, подумав, быстро справился с задачей. Попробуйте сделать необходимое сравнение сами. Ответ обоснуйте.

6. Химический реактор представляет собой цилиндрическую ёмкость высотой  $L = 17,5$  м, разделенную подвижным поршнем на две камеры. Первоначально поршень находился в самом верхнем положении. Сверху на поршень налили воду так, что поршень опустился до высоты  $h = 10$  м над дном реактора и в нижней камере реактора давление стало  $1,75 \cdot 10^5$  Па, а температура —  $63^\circ\text{C}$ . До какой минимальной температуры необходимо нагреть нижнюю камеру реактора, чтобы вся вода вылилась, если атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5$  Па, плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>?



1. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 17:00 расстояние между ними было 40 км, в 17:40 — 30 км, в 18:10 — 30 км. А) Определить момент времени, в который они будут находиться на кратчайшем расстоянии друг от друга. Б) Определить величину относительной скорости одного мотоциклиста относительно другого.

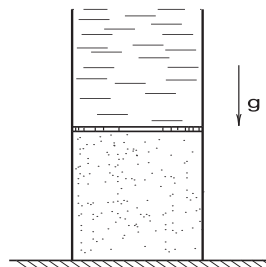
2. Спускаемые аппараты А и Б движутся вертикально вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести, силы сопротивления воздуха и силы тяги тормозного двигателя. Спускаемый аппарат Б втрое большего диаметра будет двигаться с той же установившейся скоростью, что и аппарат А, если сила тяги его тормозного двигателя будет в 33 раз больше. Найти отношение силы тяжести к силе тяги тормозного двигателя аппарата А, считая аппараты однородными шарами одинаковой плотности, изменение массы которых в процессе спуска пренебрежимо мало, и что сила сопротивления создается абсолютно упругими ударами молекул воздуха о корпус аппарата.

3. На расстоянии 200 метров от прямолинейной дороги находится колодец с живой водой, к которому стремится раненый богатырь. В начальный момент времени богатырь находится на дороге и расстояние между ним и колодцем равно 1400 метров. А) Через какое минимальное время богатырь может добраться до колодца, если он передвигается по дороге со скоростью 8 км/час, а по бездорожью — в два раза медленней? Б) Успеет ли он добраться до колодца, если ресурс его жизненных сил — 13 минут?

4. Мама лягушка массой  $M_1 = 10$  г и ее маленький сын лягушонок массой  $M_2 = 5$  г сидели на плавающей дощечке массой  $m = 15$  г, когда к ним на лодке приблизился рыбовод. Лягушки, испугавшись, прыгнули с дощечки, и рыбовод увидел, как дощечка, получив импульс, движется по инерции. Как должны прыгать лягушки (по очереди или одновременно, в каком направлении), чтобы дощечка приобрела максимально возможную скорость? Найти эту скорость. Считается, что лягушки, оттолкнувшись, приобретают одинаковую скорость  $V = 2,4$  м/с относительно дощечки. Сопротивлением воды пренебречь.

5. В процессе работы ученому потребовалось срочно сравнить две величины  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$ , где  $f(x) = 21x^5 + 32x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 4x + 3 + \sin x$ , а числа  $x_1$  и  $x_2$ , ( $x_1 < x_2$ ) — соответственно меньший и больший корень квадратного уравнения  $7x^2 + 6x + 1 = 0$ . Электронных вычислительных средств под рукой не оказалось, но он, подумав, быстро справился с задачей. Попробуйте сделать необходимое сравнение сами. Ответ обоснуйте.

6. Цилиндрический сосуд высотой  $L = 2280$  мм разделён подвижным поршнем на две камеры. Первоначально поршень находился в самом верхнем положении. Сверху на поршень налили ртуть так, что поршень оказался на высоте  $h = 760$  мм над дном сосуда и в нижней камере сосуда давление стало равно 2280 мм ртутного столба при температуре  $15^\circ\text{C}$ . До какой минимальной температуры необходимо нагреть воздух в нижней камере сосуда, чтобы вся ртуть вылилась, если атмосферное давление равно  $p_0 = 760$  мм ртутного столба?



1. Два велосипедиста передвигаются с постоянными скоростями, каждый по своей прямолинейной дорожке. В 19:00 расстояние между ними было 9 км, в 19:09 — 8 км, в 19:17 — 8 км. А) Определить момент времени, в который они будут находиться на кратчайшем расстоянии друг от друга. Б) Определить величину относительной скорости одного велосипедиста относительно другого.

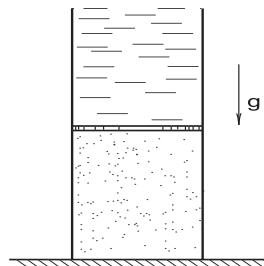
2. Спускаемые аппараты А и Б движутся вертикально вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести, силы сопротивления воздуха и силы тяги тормозного двигателя. Спускаемый аппарат Б вдвое большего диаметра будет двигаться с той же установившейся скоростью, что и аппарат А, если сила тяги его тормозного двигателя будет в 16 раз больше. Найти отношение силы тяжести к силе тяги тормозного двигателя аппарата А, считая аппараты однородными шарами одинаковой плотности, изменение массы которых в процессе спуска пренебрежимо мало, и что сила сопротивления создается абсолютно упругими ударами молекул воздуха о корпус аппарата.

3. Раненый богатырь находится на прямолинейной дороге. Его цель — колодец с живой водой. Расстояние между богатырем и колодцем равно 4,2 км, а между колодцем и дорогой — 0,6 км. А) Через какое минимальное время богатырь может добраться до колодца, если он передвигается по дороге со скоростью 6 км/час, а по бездорожью — в два раза медленней? Б) Успеет ли он добраться до колодца, если ресурс его жизненных сил — 52 минуты?

4. Мама Зайчиха массой  $M_1 = 9$  кг и ее маленький сын Зайчонок массой  $M_2 = 3$  кг сидели на плавающей льдине массой  $m = 15$  кг, когда к ним на лодке приблизился Дед Мазай. Зайцы, испугавшись, прыгнули со льдины в воду, и Дед Мазай увидел, как льдина, получив импульс, движется по инерции. Как должны прыгать зайцы (по очереди или одновременно, в каком направлении), чтобы льдина приобрела максимально возможную скорость? Найти эту скорость. Считается, что зайцы, оттолкнувшись, приобретают одинаковую скорость  $V = 3,6$  м/с относительно льдины. Сопротивлением воды пренебречь.

5. В процессе работы ученому потребовалось срочно сравнить две величины  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$ , где  $f(x) = 18x^5 - 6x^4 + 15x^3 - 40x^2 + 21x + 2 + \cos x$ , а числа  $x_1$  и  $x_2$ , ( $x_1 < x_2$ ) — соответственно меньший и больший корень квадратного уравнения  $6x^2 - 6x + 1 = 0$ . Электронных вычислительных средств под рукой не оказалось, но он, подумав, быстро справился с задачей. Попробуйте сделать необходимое сравнение сами. Ответ обоснуйте.

6. Химический реактор представляет собой цилиндрическую ёмкость высотой  $L = 22,5$  м, разделенную подвижным поршнем на две камеры. Первоначально поршень находился в самом верхнем положении. Сверху на поршень налили воду так, что поршень опустился до высоты  $h = 10$  м над дном реактора и в нижней камере реактора давление стало  $2,25 \cdot 10^5$  Па при температуре  $15^\circ\text{C}$ . До какой минимальной температуры необходимо нагреть нижнюю камеру реактора, чтобы вся вода вылилась, если атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5$  Па, плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>?



1. Два мотоциклиста движутся по прямолинейным трассам (каждый по своей) с постоянными скоростями. В 15:00 расстояние между ними было 30 км, в 15:30 — 30 км, в 16:10 — 40 км. А) Определить момент времени, в который они будут находиться на кратчайшем расстоянии друг от друга. Б) Определить величину относительной скорости одного мотоциклиста относительно другого.

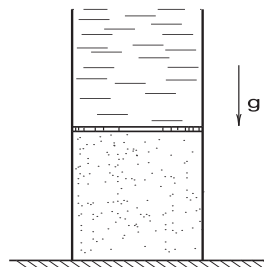
2. Спускаемые аппараты А и Б движутся вертикально вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести, силы сопротивления воздуха и силы тяги тормозного двигателя. Спускаемый аппарат Б втрое большего диаметра будет двигаться с той же установившейся скоростью, что и аппарат А, если сила тяги его тормозного двигателя будет в 39 раз больше. Найти отношение силы тяжести к силе тяги тормозного двигателя аппарата А, считая аппараты однородными шарами одинаковой плотности, изменение массы которых в процессе спуска пренебрежимо мало, и что сила сопротивления создается абсолютно упругими ударами молекул воздуха о корпус аппарата.

3. На расстоянии 300 метров от прямолинейной дороги находится колодец с живой водой, к которому стремится раненый богатырь. В начальный момент времени богатырь находится на дороге и расстояние между ним и колодцем равно 2100 метров. А) Через какое минимальное время богатырь может добраться до колодца, если он передвигается по дороге со скоростью 6 км/час, а по бездорожью — в два раза медленней? Б) Успеет ли он добраться до колодца, если ресурс его жизненных сил — 26 минут?

4. Мама Лягушка массой  $M_1 = 8$  г и ее маленький сын Лягушонок массой  $M_2 = 4$  г сидели на плавающей дощечке массой  $m = 12$  г, когда к ним на лодке приблизился рыболов. Лягушки, испугавшись, прыгнули с дощечки, и рыболов увидел, как дощечка, получив импульс, движется по инерции. Как должны прыгать лягушки (по очереди или одновременно, в каком направлении), чтобы дощечка приобрела максимально возможную скорость? Найти эту скорость. Считается, что лягушки, оттолкнувшись, приобретают одинаковую скорость  $V = 1,2$  м/с относительно дощечки. Сопротивлением воды пренебречь.

5. В процессе работы ученому потребовалось срочно сравнить две величины  $f(x_1)$  и  $f(x_2)$ , где  $f(x) = 12x^5 + 24x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 4x + 3 + \cos x$ , а числа  $x_1$  и  $x_2$ , ( $x_1 < x_2$ ) — соответственно меньший и больший корень квадратного уравнения  $6x^2 + 6x + 1 = 0$ . Электронных вычислительных средств под рукой не оказалось, но он, подумав, быстро справился с задачей. Попробуйте сделать необходимое сравнение сами. Ответ обоснуйте.

6. Цилиндрический сосуд высотой  $L = 1900$  мм разделён подвижным поршнем на две камеры. Первоначально поршень находился в самом верхнем положении. Сверху на поршень налили ртуть так, что поршень оказался на высоте  $h = 760$  мм над дном сосуда и в нижней камере сосуда давление стало равно 1900 мм ртутного столба при температуре  $7^\circ\text{C}$ . До какой минимальной температуры необходимо нагреть воздух в нижней камере сосуда, чтобы вся ртуть вылилась, если атмосферное давление равно  $p_0 = 760$  мм ртутного столба?



## Ответы

### Вариант 101

1. А) 13:04. Б) 10 км/час.
2. 2.
3. А)  $\frac{75\sqrt{3}}{2}$  минут; Б) успеет, т. к.  $\frac{75\sqrt{3}}{2} < 65$ .
4. Первой прыгает Зайчиха, а за ней Зайчонок (в том же направлении).  
Скорость льдины — 0,9 м/сек.
5.  $f(x_1) > f(x_2)$ .
6.  $363 \text{ К} = 90^\circ\text{С} (= \frac{121}{112}T_0)$ .

### Вариант 102

1. А) 17:55. Б) 30 км/час.
2. 4:3.
3. А)  $\frac{15\sqrt{3}}{2}$  минут; Б) успеет, т. к.  $\frac{15\sqrt{3}}{2} < 13$ .
4. Первой прыгает Лягушка, а за ней Лягушонок (в том же направлении).  
Скорость дощечки — 1,4 м/сек.
5.  $f(x_1) < f(x_2)$ .
6.  $384 \text{ К} = 111^\circ\text{С} (= \frac{4}{3}T_0)$ .

### Вариант 103

1. А) 19:13. Б) 20 км/час.
2. 3.
3. А)  $30\sqrt{3}$  минут; Б) успеет, т. к.  $30\sqrt{3} < 52$ .
4. Первой прыгает Зайчиха, а за ней Зайчонок (в том же направлении).  
Скорость льдины — 1,8 м/сек.
5.  $f(x_1) > f(x_2)$ .
6.  $338 \text{ К} = 65^\circ\text{С} (= \frac{169}{144}T_0)$ .

### Вариант 104

1. А) 15:15. Б) 30 км/час.
2. 5:3.
3. А)  $15\sqrt{3}$  минут; Б) успеет, т. к.  $15\sqrt{3} < 26$ .
4. Первой прыгает Лягушка, а за ней Лягушонок (в том же направлении).  
Скорость дощечки — 0,7 м/сек.
5.  $f(x_1) < f(x_2)$ .
6.  $343 \text{ К} = 70^\circ\text{С} (= \frac{49}{40}T_0)$ .

1. В рекламе одной зубной пасты сообщается, что масса пасты в тюбике увеличена на 25 % при прежней цене тюбика пасты. Семиклассник Коля сделал вывод, что паста стала дешевле на 25 %. Прав ли он?

2. Семиклассники Коля, Оля и Толя съели все конфеты из буфета, при этом каждый съел хотя бы одну конфету. Когда их спросили, сколько именно конфет съел каждый, они ответили так:

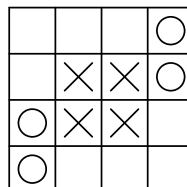
Коля: «Я съел 1 конфету, Оля — 3, Толя — 1»;

Оля: «Коля съел 2 конфеты, я — 3, Толя — 1»;

Толя: «Коля съел 1 конфету, Оля — 3, я — 2».

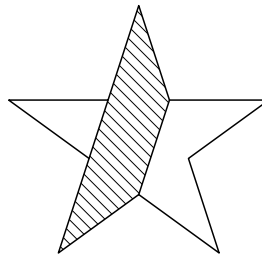
По сколько конфет съели школьники, если каждый из них столько раз сказал правду, сколько съел конфет?

3. Семиклассница Оля задумалась: можно ли разрезать данный квадрат по клеточкам на 4 равные части так, чтобы каждая часть содержала и «крестик», и «нолик»? Если можно — сколько способов существует? Если нельзя — докажите!



4. Мама семиклассника Коли Петрова купила в магазине коробку сахара, в которой куски сахара лежали в 5 слоёв. Выпив 61 чашку чая, Петровы обнаружили, что сахара в коробке не осталось. Семейству Оли Сидоровой такой же коробки хватило на 88 чашек чая. Известно, что и Петровы, и Сидоровы кладут в чай кто по два, а кто по три кусочка сахара. Сколько кусков сахара в коробке?

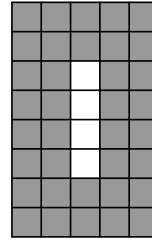
5. Семиклассник Толя заштриховал часть звезды как показано на рисунке. Какая часть площади звезды заштрихована? Ответ обоснуйте!



6. В чистом поле врыт в землю покрытый мхом деревянный брус, а рядом лежит камень. Надпись на камне гласит: «На восточной стороне мох растёт быстрее, чем на северной, но медленнее, чем на южной, и медленнее, чем на западной». Сможет ли семиклассник Коля определить стороны света по мху на бресе, если на одной из четырёх сторон бруса весь мох был съеден лосем?

7. В стакан с растительным маслом, плотность которого  $0,92 \text{ г/см}^3$ , Оля положила льдинку массой 23 г. За каждую минуту 0,5 г льда превращается в воду, которая не отрывается от поверхности льда из-за поверхностного натяжения. Плотность воды  $1 \text{ г/см}^3$ , льда —  $0,9 \text{ г/см}^3$ . Через какой промежуток времени льдинка с водой пойдут ко дну?

1. Восьмиклассник Гаврила смог разрезать нарисованную рядом букву «О» на две части и сложить из них квадрат  $6 \times 6$ . Попробуйте сделать то же самое без ножниц: изобразите линию разреза в тетради.



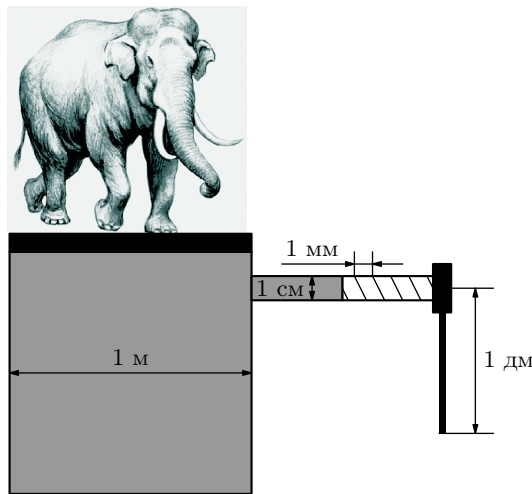
2. Школьники Гаврила и Глафира одновременно вышли из подъезда и направились к киоскам с мороженым: Гаврила — к киоску  $A$ , а Глафира — к киоску  $B$ . Каждый из них дошел до своего киоска, сразу купил мороженое и, тут же начав его есть, повернул обратно. Гаврила первый вернулся к подъезду и остановился, чтобы подождать Глафиру. Когда Глафира подошла к подъезду, Гаврила как раз доел свое мороженое, а у Глафиры было съедено  $2/3$  порции. Найдите отношение расстояний от подъезда до киосков  $A$  и  $B$ , если скорости у ребят одинаковы, порции мороженого одинаковы и скорости поедания мороженого тоже одинаковы.

3. Настенные часы в доме Гаврилы сломались: стрелки остановились, а циферблат стал свободно вращаться относительно стрелок. Пытливый Гаврила задумался: сколько существует положений циферблата, в которых при этом фиксированном положении стрелок часы показывают правильное (то есть практически возможное) время?

4. А вот решить уравнение  $y^2 = z^x + 9$  в натуральных числах при условии, что  $z$  — простое число, Гаврила с Глафирой не смогли... А вы попробуйте!

5. На шахматной доске размером  $8 \times 8$  клеток Гаврила расставил несколько шахматных королей так, что каждая клетка была либо занята некоторым королем, либо находилась под боем хотя бы одного короля (для информации: король бьет все соседние с ним клетки — по вертикали, по горизонтали и по двум диагоналям). Найдите наименьшее возможное число таких королей и докажите, что это число минимальное.

6. В цирке восьмиклассник Гаврила нашел гидравлический пресс: от бака с водой, плотно закрытого крышкой, диаметр которой 1 м, отходит трубка диаметром 1 см. В трубку вкручен изготовленный на секретном заводе с применением нанотехнологий абсолютно гладкий болт, шаг резьбы которого 1 мм. При минимальном давлении на крышку болт выкручивается и вылетает из трубки. Сможет ли Гаврила гаечным ключом длины 1 дм, прикрепленным к головке болта, удерживать на крышке слона массой 3 т? Сколько полных оборотов гаечного ключа ему придется сделать, чтобы поднять слона на 1 мкм?



Сможет ли Гаврила гаечным ключом длины 1 дм, прикрепленным к головке болта, удерживать на крышке слона массой 3 т? Сколько полных оборотов гаечного ключа ему придется сделать, чтобы поднять слона на 1 мкм?

1. В рекламе чипсов было заявлено, что в каждой сотой пачке покупателя ждёт приз. Однако когда оставалось изготовить сотую часть всей партии чипсов, выяснилось, что призы были положены лишь в каждую трёхсотую пачку. Поэтому далее призы стали класть в каждые две из трёх производимых пачек. Удастся ли таким образом выполнить данное в рекламе обещание?

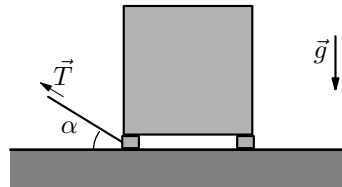
2. Запах куста розы распространяется по горизонтали на расстояние 10 метров от него. Какое минимально возможное количество кустов нужно посадить на прямоугольной аллее длиной 300 метров и шириной 6 метров, чтобы в любой точке аллеи пахло розами?

3. А) Докажите, что для любого целого  $n$  существует такое целое  $k$ , что  $\sqrt{n(n-2)(n-4)(n-6)+16} = k$ . Б) Найдите все такие целые  $n$ , при которых число  $\sqrt{k}$  тоже целое.

4. Изображена трапеция. С помощью циркуля и линейки проведите параллельную основаниям трапеции прямую так, чтобы она разделила трапецию на две равновеликие части.

5. По плоскости ползает тысяча муравьёв (все они считаются материальными точками). Докажите, что в любой момент времени, когда муравьи не находятся на одной прямой, можно найти такую точку плоскости, для которой по меньше мере три ближайших муравья равноудалены от неё.

6. Тяжёлый шкаф массой  $M$ , каркас которого выполнен из однородного дерева, имеет форму куба с ребром  $a$ . Для его передвижения по горизонтальному полу к двум передним ножкам привязали верёвку. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту следует направить верёвку, чтобы усилие, необходимое для перемещения шкафа, было наименьшим? Коэффициент трения равен  $\mu$ , ножки маленькие и расположены по краям.





1. Два вертолѐта летят на одинаковой постоянной высоте с постоянными скоростями, каждый по своей прямолинейной траектории. В 10:00 расстояние между ними было 40 км, в 10:08 — 40 км, в 10:17 — 45 км. А) Определите момент времени, в который они будут находиться на кратчайшем расстоянии друг от друга. Б) Определите величину относительной скорости одного вертолѐта относительно другого.

2. Учёный обнаружил, что для двух любых значений  $x$  и  $y$  функции  $f(x)$  выполняется соотношение  $\frac{f(x) + f(y)}{2} = f\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot f\left(\frac{x-y}{2}\right)$ . Сможет ли он определить, какие значения может принимать  $f(6)$ , если известно, что  $f(1) = 0$ ?

3. Решите уравнение  $y^2 = z^x + 16$  в натуральных числах при условии, что  $z$  — простое число.

4. В треугольнике  $ABC$  с углом  $\alpha$  при вершине  $A$  и сторонами  $AC = b$ ,  $AB = c$  проведены высота  $AH$ , медиана  $AM$  и биссектриса  $AL$ . Из точек  $C$  и  $B$  опущены перпендикуляры  $CC_1$  и  $BB_1$  на прямую  $AL$ . Докажите, что точки  $H, C_1, M, B_1$  лежат на одной окружности, и найдите радиус этой окружности.

5. Спускаемые аппараты А и Б движутся вертикально вниз с постоянной скоростью под действием силы тяжести, силы сопротивления воздуха и силы тяги тормозного двигателя. Спускаемый аппарат Б вдвое большего диаметра будет двигаться с той же установившейся скоростью, что и аппарат А, если сила тяги его тормозного двигателя будет в 16 раз больше. Найдите отношение силы тяжести к силе тяги тормозного двигателя аппарата А, считая аппараты однородными шарами одинаковой плотности, изменение массы которых в процессе спуска пренебрежимо мало, и что сила сопротивления создается абсолютно упругими ударами молекул воздуха о корпус аппарата.

6. Мама Зайчиха массой  $M_1 = 9$  кг и её маленький сын Зайчонок массой  $M_2 = 3$  кг сидели на плавающей льдине массой  $m = 15$  кг, когда к ним на лодке приблизились Дед Мазай и его внук Ваня. Зайцы, обрадовавшись, прыгнули со льдины в лодку, и Ваня увидел, как льдина, получив импульс, движется по инерции. Ваня задумался: как должны прыгать зайцы (по очереди или одновременно, в каком направлении), чтобы льдина приобрела максимально возможную скорость? Найдите эту скорость. Считается, что зайцы, оттолкнувшись, прыгают в горизонтальном направлении и приобретают одинаковую скорость  $V = 3,6$  м/с относительно льдины. Сопротивлением воды пренебречь.

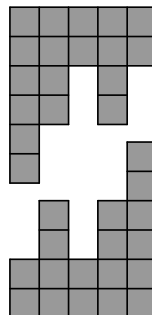
## Ответы

### 7 класс

1. Коля не прав.
2. Коля — 2; Оля — 3; Толя — 1.
3. Можно. Существует два способа.
4. 180.
5. Половина.
6. Если лось съел мох на южной или восточной сторонах, то сможет; если на северной, то не всегда сможет; если на западной, то не сможет.
7. 10 минут.

### 8 класс

1. Нужно сделать разрез, как показано на рисунке, сдвинуть верхнюю часть относительно нижней на одну клетку влево и опустить вниз «до упора».



2. 1:2.
3. 11.
4. (4; 5; 2), (3; 6; 3), (1; 4; 7).
5. 9.
6. Сможет. 10 оборотов.

### 9 класс

1. Нет.
2. 16.
3. Б) 0; 1; 2; 4; 5; 6.
4.  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ .
5. Берём ближайших двух муравьев (хотя бы одна такая пара существует). В круге с центром в середине соединяющего их отрезка других муравьев нет. Строим серединный перпендикуляр к этому отрезку. Перемещаем центр окружности по этому перпендикуляру, одновременно увеличивая радиус так, чтобы два ближайших муравья всё время были на этой окружности. Рано или поздно на окружности окажется третий муравей (или сразу несколько). Центр окружности — искомая точка.

6.  $\arctg \mu$ .

### 10 класс

1. А) 10:04. Б) 100 км/час.
2. Сможет; значения: 0 или 1.
3. (7; 12; 2), (2; 5; 3).
4.  $\frac{c-b}{4 \sin \frac{\alpha}{2}}$ .
5. 3.
6. Первой прыгает Зайчиха, а за ней Зайчонок (в том же направлении). Скорость льдины — 1,8 м/сек.

Задание 1

1. Школьник Гаврила не любил чистить зубы и поплатился за это воспалением зубных нервов. Воспаленные нервы не позволяли мальчику пить воду, температура которой меньше  $16^{\circ}\text{C}$ , иначе зубы начинали болеть. Какое максимальное количество таящего льда может положить Гаврила в стакан с 200 г воды, температура которой равна  $20^{\circ}\text{C}$  так, чтобы, когда лед растает, напиток не вызвал зубной боли? Удельная теплоемкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ , удельная теплоемкость льда  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ , удельная теплота плавления льда  $334 \text{ кДж}/\text{кг}$ .

2. В тот момент, когда Гаврила положил лед в стакан (см. предыдущую задачу), уровень жидкости достиг края стакана. У мальчика возникли подозрения, что по мере таяния льда, содержимое стакана начнет переливаться через край. На сколько оправданы опасения мальчика. Обнаружил ли он лужицу на столе, когда лед растаял? Ответ обосновать.

3. Ледяной кубик плавает в стакане с водой. Поверх воды наливают рыбий жир, плотность которого на 17% меньше плотности воды. При этом половина объема кубика находится в воде, а половина — в жире. Найти плотность кубика.

4. Если кубик льда, который в начальный момент находился при условиях, описанных в предыдущей задаче, с течением времени растает, то как изменятся уровни воды и жира в стакане?

5. В одной жидкости деревянный брусок погружается на три четверти своего объема, а в другой — на половину своего объема. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси равных масс этих жидкостей, если они хорошо смешиваются? Известно, что суммарный объем этих жидкостей после смешивания не меняется.

Задание 2

1. Гаврила гулял с собакой. Размахнувшись изо всех сил, он бросил мячик под углом к горизонту. Собака побежала за мячом со скоростью в два раза меньшей, чем начальная скорость бросания мяча. При каком угле бросания собака поймает мячик?

2. В свободное от уроков время Гаврила любил заниматься легкой атлетикой. Его успехи в беге были не столь высоки, как у другого мальчика, который тренировался на том же самом стадионе. Гаврила заметил, что когда они стартуют одновременно и из одной точки и бегут в одну сторону, то его соперник, вырвавшись вперед, догоняет его в месте старта в тот момент, когда Гаврила успеваеет пробежать ровно два круга. На сколько процентов Гаврила в результате изнурительных тренировок должен увеличить скорость бега, чтобы его соперник смог его догнать в тот момент, когда он (Гаврила) успеет пробежать ровно четыре круга? Скорость бега на дистанции считать постоянной.

3. Для измерения длины медленно движущегося товарного поезда Гаврила проехал на велосипеде из хвоста поезда в начало и обратно. При этом измерил пройденный им путь и расстояние, на которое за это время переместился поезд. Спидометр велосипеда показал, что мальчик проехал 1800 м. За это время поезд проехал 1200 м. Найти длину поезда.

4. Однажды Гаврила наблюдал за соревнованиями мотodelьтапланеристов. Правила таковы: все участники стартуют из одной точки, но двигаться должны в разных направлениях. Всем необходимо пролететь расстояние  $L$  и вернуться в исходную точку. Участник имеет право сам выбрать направление полета. Ветер дует с запада на восток. Гаврила задался вопросом, имеет ли смысл участнику задуматься о том, какое направление полета выбрать, или правы организаторы соревнований, считая, что все находятся в равных условиях — те, кому ветер дует навстречу и мешает, будут в выигрышном положении при возвращении, когда ветер будет «дуть в спину» и помогать? Помогите Гавриле разобраться.

5. Путешествуя на туристическом речном трамвайчике, во время движения против течения, Гаврила уронил в воду свой чемодан. Через промежуток времени  $t_0$  после этого команда выслала быстроходный катер. Во сколько раз скорость катера больше скорости трамвайчика, если с момента выхода катера до его возвращения с потеряннм чемоданом прошел промежуток времени  $4t_0$ ?

Задание 3

1. Два школьника Чукин и Геков на перемене вышли на улицу и стали играть в мяч. Игра заключалась в перекидывании мяча друг другу. По мере игры ребята обнаружили, что если один мальчик кидает мяч под углом  $\alpha$  к горизонту против ветра, то к другому мальчику мяч подлетает под углом  $\alpha$  к вертикали. Определить отношение силы ветра  $F$ , действующей на мяч, к его весу  $P$ . Считать, что сила сопротивления движению мяча постоянна и направлена горизонтально.

2. На следующей перемене Чукин стал бросать упругий мячик в направлении стены школьного здания, посылая его горизонтально, а Геков пытался его поймать и внимательно следил за отскакивающим мячиком. В один момент Геков обнаружил, что мячик отлетает от стенки горизонтально. Мальчики очень удивились, так как брошенный Чукиным горизонтально мячик подлетал к стене под определенным углом, и ожидалось, что и отлетать он будет под углом к горизонту, но, проведя еще несколько аналогичных испытаний, убедились в справедливости того факта, что мячик отлетает горизонтально. Как такое может быть? Считать мяч материальной точкой, а стенку вертикальной.

3. По просьбе завуча школы на перемене Чукин и Геков перетаскивали тяжелый учительский стол из одного класса в другой, толкая его горизонтально по полу. Стол равномерно двигался по полу, поскрипывая всеми четырьмя ножками. Мальчики подумали, что ножки могут сломаться. Чукин предположил, что, скорее всего, сломаются передние ножки, Геков — задние. Кто из них ближе к истине? Считать, что качество крепления всех ножек одинаково.

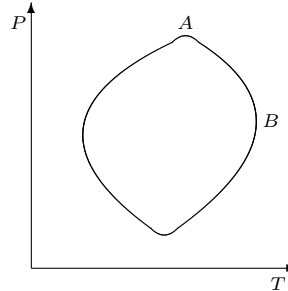
4. В дни производственной практики Чукин и Геков экспериментировали со складской тележкой. Они пытались определить, в каком случае тележка приобретает большую скорость — когда ребята спрыгнут с нее одновременно или когда они будут прыгать последовательно? Какой будет ответ на поставленный вопрос, если ребята прыгают с тележки в одном направлении и, оттолкнувшись, приобретают одинаковую скорость относительно тележки. Сопротивлением движению тележки по полу пренебречь.

5. Во время влажной уборки класса Чукин и Геков стали экспериментировать со шваброй. Чукин положил один конец швабры на ребро ладони, а Геков — другой конец. После этого ребята стали сдвигать ладони навстречу друг другу. По мере движения ладоней швабра все время находилась в равновесии, вплоть до момента времени, когда ладони мальчиков сошлись в одной точке. Повторяя этот эксперимент несколько раз, ребята получали тот же самый результат — их ладони встречались в одной и той же точке на швабре. Помогите мальчикам объяснить этот результат испытания. В каком отношении эта точка встречи ладоней делит древко швабры, если вес поперечного бруска в два раза меньше древка?

Задание 4

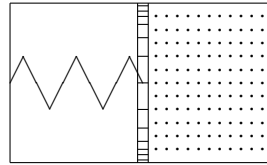
1. В морозный полдень Гаврила по дороге из школы домой купил в аптеке пузырек дистиллированной воды для проведения химических опытов. Известно, что в первую минуту пузырек отдает в окружающую среду  $\frac{6}{25}$  того количества теплоты, которое в два раза превышает необходимое для того, чтобы заморозить дистиллированную воду. В каждую следующую минуту в окружающую среду уходит количество теплоты на 50% меньше, чем в предыдущую. Успеет ли мальчик добежать до дома, пока содержимое флакона не замерзнет?

2. На рисунке показан замкнутый термодинамический процесс достаточно произвольной формы, происходящий с фиксированным объемом паров золота. Экспериментальная установка, на которой осуществляли данный термодинамический процесс, имеет устройство, с помощью которого можно взять пробу паров золота из рассматриваемого объема. На уроке физики ребятам было предложено ответить на вопрос, в какой пробе окажется больше золота? Чукин считал, что в состоянии  $A$ , а Геков, что в состоянии  $B$ . Кто из них был ближе к истине? В какой точке цикла в пробе будет больше всего золота?



3. В вертикальный цилиндрический сосуд с одним молем одноатомного идеального газа поступает за единицу времени количества тепла  $Q$ . Сосуд закрывают сверху тяжелым поршнем веса  $P$ . С какой скоростью поднимается вверх этот поршень, если его сечение равно  $S$ , а атмосферное давление  $p_0$ ?

4. Определить теплоемкость одного моля одноатомного идеального газа при его работе в цилиндрическом сосуде с поршнем (см. рисунок). Объем газа  $V$ , температура  $T$ , сечение поршня  $S$ . Поршень разделяет сосуд на две части, в одной из которых находится газ, а в другой он отсутствует. Теплообменом между газом и сосудом, поршнем и пружиной пренебречь. Известно, что длина пружины в ненапряженном состоянии равна длине сосуда, жесткость пружины  $k$ .



5. Из изолированного сосуда с  $M$  кг воды с начальной температурой  $T_0$ :  $T_{\text{плавления}} < T_0 < T_{\text{кипения}}$  откачивают насосом воздух. При понижении давления до определенной величины температура кипения понижается до  $T_0$  и начинается кипение, которое продолжается на фоне дальнейшего понижения давления. При этом часть воды выкипает, а оставшаяся замерзает. Найти максимальное количество льда в сосуде, если  $Y$  — удельная теплота плавления льда,  $L$  — удельная теплота испарения воды,  $C$  — удельная теплоемкость воды.

## Ответы

### Задание 1

1.  $X = \frac{cM(t - T)}{cT + l} \approx 8,4 \text{ г.}$
2. Уровень воды в стакане не изменится, когда лед растает.
3.  $\rho_1 = 0,915\rho = 915 \text{ кг/м}^3$ .
4. Уровень масла понизится.
5.  $\frac{3}{8}$ , или 37,5%.

### Задание 2

1.  $\alpha = 60^\circ$ .
2. 20%.
3.  $h = 500 \text{ м.}$
4. Время в полете зависит от направления движения.
5.  $k = 1,5$ .

### Задание 3

1.  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ .
2. Погасить составляющую импульса тела, направленную вертикально вниз, можно только за счет силы трения.
3. Прав был Чукин.
4. В первом случае скорость тележки будет меньше.
5. 1 : 3.

### Задание 4

1. Содержимое пузырька не замерзнет.
2. Максимальное содержание паров золота достигается в точке касания прямой, проведенной из начала координат к линии, описывающей цикл, с максимально большим углом наклона.
3.  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{Q}{2,5(p_0 S + P)}$ .
4.  $C = 2R$ .
5.  $m = \frac{ML}{Y + L + C(T_0 - T_{\text{плавления}})}$ .