

Заочный этап олимпиады школьников «Ломоносов» по механике 8–11 классы

После номера задачи в скобках указаны классы, учащимся которых рекомендуется решать эту задачу, например: (9 – 11) — для классов с 9-го по 11-й. Школьники могут также пытаться решать задачи, предназначенные для других классов, и это будет учитываться при проверке.

Для того, чтобы стать призером заочной олимпиады по механике, обязательно решить все предлагаемые задачи. Если Вы справились с половиной заданий, шанс у Вас есть.

На отдельной странице работы перед решениями задач поместите таблицу ответов к ним. Столбец «Балл» заполнять не надо.

Задача	Ответ	Балл
№1		
№2		
№3		
№4		
№5		
№6		
№7		
№8		
№9		
№10		

В решении задачи оценивается не только правильность и рациональность решения, но и умение проводить анализ задачи и сводить её условие к математической формулировке.

Одна из основных целей заочного этапа — дать школьникам представление об уровне сложности и тематике задач по механике, чтобы они могли оценить целесообразность своего участия в очном этапе. Поэтому настоятельно не рекомендуется обращаться за помощью к учителям, репетиторам или более подготовленным товарищам для решения задач.

Удачи и сил!

Задания

1. (8 — 11) В открытом море идут два одинаковых по конструкции корабля — торговый и пиратский. Определите расстояние, на котором смотрящий вперед матрос, находящийся на мачте торгового корабля, заметит флаг пиратского. Флаг «Веселый Роджер», как и корзина матроса, находится на высоте 60 м от ватерлинии. Оптическими искажениями в атмосфере пренебречь и считать, что морская поверхность — часть сферы с радиусом 6400 км.

2. (8 — 9) На некоторой планете, имеющей форму шара, широта тропиков равна 15° . Определите широту полярных кругов на этой планете.

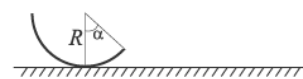
3. (8 — 11) Мобильный робот совершил однократное кругосветное путешествие, двигаясь все время по одной и той же параллели. Оказалось, что разность расстояний, пройденных верхней и нижней точками робота, равна расстоянию между этими точками. Определите широту местности, по которой путешествовал робот, если его верхняя и нижняя точки лежат на одной вертикали.

4. (8 — 10) Гаврила и Глафира в туристическом походе хотели нагреть 1 л чистой ключевой воды, имеющей температуру 0°C , с помощью 1 л воды из сточной трубы химического комбината, имеющей температуру 100°C . Гаврила высказал мысль, что в силу второго начала термодинамики, которое говорит о невозможности самопроизвольной передачи тепла от холодного тела к горячему, они смогут нагреть 1 л холодной воды только до температуры 50°C . А Глафира немного подумала и предложила свой способ. У них имеется неограниченное количество разных емкостей. Укажите Ваш способ приготовить 1 л чистой воды, имеющей температуру более 50°C , или докажите, что это невозможно.

5. (9 — 11) На тележке, которая движется горизонтально со скоростью V , стоит школьник Гаврила. Проезжая мимо своей одноклассницы Глафиры, он подбросил вверх маленький шарик со скоростью U (со своей точки зрения), а спустя короткий промежуток времени τ ещё один — с той же скоростью. Какое минимальное расстояние между шариками зафиксировала Глафира, пока оба шарика были в воздухе? На каком расстоянии от Глафиры произошло наибольшее сближение шариков. Сопротивлением воздуха пренебречь.

6. (9 — 11) Точки A и B находятся на прямой l , причем $AB = L$. В начальный момент времени в точке A возникает окружность, радиус которой растёт со временем со скоростью a , а центр неподвижен. В тот момент, когда радиус первой окружности был равен R ($R < L$), в точке B возникает окружность, которая в дальнейшем растёт с такой же скоростью. Указанные окружности имеют общую касательную m , такую что точки A и B лежат по одну сторону от нее. Определите скорость движения точки пересечения прямых l и m .

7. (10 — 11) На горизонтальной плоскости зафиксирован желоб, имеющий форму дуги окружности радиуса R . Радианная мера дуги $\pi/2 + \alpha$. Желоб установлен выпуклостью вниз так, что его левый конец имеет вертикальную касательную. На гладкую внутреннюю по-



К задаче 7

верхность желоба около точки с вертикальной касательной помещают маленький шарик и отпускают его. На каком расстоянии от точки касания плоскости и желоба шарик упадет на горизонтальную плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.

8. (10 — 11) Однородная пластина в форме трапеции с заданными сторонами подвешена за одну из вершин. К той же точке прикреплен отвес. В каком отношении отвес делит площадь трапеции?

9. (10 — 11) В расположенной горизонтально и закрытой с двух сторон теплоизолированной цилиндрической камере расположен поршень, скрепленный с левой стенкой цилиндра упругой пружиной. В той части, где расположена пружина, находится 1 моль идеального газа с давлением P_0 и температурой T_0 . Справа от поршня обеспечивается вакуум. В начальный момент поршень удерживается в таком положении, что пружина не деформирована. После того как поршень освободили и все колебания прекратились, объем газа увеличился в n раз. Оцените конечное изменение давления в газе, считая известными молярную теплоемкость газа при постоянном объеме c_v и газовую постоянную R .

10. (11) Материальная точка совершает прямолинейное движение. При $0 \leq t < t_0$ ее скорость изменяется по закону $v = v_0 - \frac{v_0}{t_0} \sqrt{t_0^2 - t^2}$, а при $t_0 \leq t < 2t_0$ — по закону $v = \frac{v_0}{t_0} \sqrt{t_0^2 - (t_0 - t)^2}$. Определите расстояние точки при $t = 2t_0$ от ее начального положения.